

EXERCICES

**

تمارين

Exercice 6.1

Une particule est soumise à une force définie par ses coordonnées cartésiennes :

$$\vec{F} = (x + 2y + \alpha z)\vec{i} + (\beta x - 3y - z)\vec{j} + (4x + \gamma y + 2z)\vec{k}$$

Où α, β, γ sont des constantes. x, y, z sont en mètre et \vec{F} en newton.

1/ Trouver les valeurs de α, β, γ pour que \vec{F} dérive d'un potentiel.

2/ Trouver l'expression du potentiel $E_p(x, y, z)$ dont dérive la force sachant que $E_p(0, 0, 0) = 2$.

تمرين 1.6

تخضع جسيمة لحقل قوة معرفة بالإحداثيات الكارتيزية:

$$\vec{F} = (x + 2y + \alpha z)\vec{i} + (\beta x - 3y - z)\vec{j} + (4x + \gamma y + 2z)\vec{k}$$

حيث α, β, γ ثابت، x, y, z بالمتر، F بالنيوتن.
1/ أوجد قيم α, β, γ حتى تكون \vec{F} مشتقة من كمون.

2/ أوجد عبارة الكمون $E_p(x, y, z)$ الذي تشتق منه القوة \vec{F} علما أن $E_p(0, 0, 0) = 2$.

Exercice 6.2

On considère dans un repère cartésien un champ de forces \vec{F} d'expression :

$$\vec{F} = X(x, z)\vec{i} + yz\vec{j} + \left(x^2 + \frac{1}{2}y^2\right)\vec{k}$$

1. Déterminer $X(x, z)$ pour que \vec{F} dérive d'une énergie potentielle E_p que l'on calculera, sachant que la force est nulle en O . On prendra le plan Oxy comme origine des énergies potentielles.

2. Calculer alors, par deux méthodes différentes le long de l'hélice d'équations paramétriques $x = R \cos \theta$, $y = R \sin \theta$, $z = h\theta$, le travail de \vec{F} du point $M_1(\theta = 0)$ au point $M_2(\theta = \pi)$.

3. Obtiendrait-on un résultat différent en calculant le travail le long d'une autre courbe ?

تمرين 2.6

نعتبر في معلم ديكارتي حقلًا للقوى \vec{F} عبارتًا:

$$\vec{F} = X(x, z)\vec{i} + yz\vec{j} + \left(x^2 + \frac{1}{2}y^2\right)\vec{k}$$

1/ عيّن $X(x, z)$ لكي تشتق \vec{F} من طاقة كامنة E_p و التي نحسبها، علما أن القوة معدومة في O . نأخذ المستوى Oxy كمبدأ للطاقات الكامنة.

2/ أحسب بطريقتين مختلفتين، على طول الحلزون ذي المعادلات الوسيطة:

$$x = R \cos \theta, \quad y = R \sin \theta, \quad z = h\theta$$

عمل القوة \vec{F} من النقطة $M_1(\theta = 0)$ إلى النقطة $M_2(\theta = \pi)$.

3/ هل نحصل على نتيجة مختلفة بحسابنا العمل على طول منحنى آخر؟

Exercice 6.3

Une particule matérielle de masse m se déplace sous l'action de la force :

$$\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{u}_x + xz\vec{u}_y + xy\vec{u}_z$$

Du point $A(1, 2, -1)$ au point $D(2, 4, -2)$.

Calculer le travail de la force \vec{F} suivant chacun des trajets suivants :

a/ la droite AD ,

b/ la ligne brisée $ABCD$ où $B(2, 2, -1)$ et

$C(2, 4, -1)$,

d/ la courbe définie par les équations paramétriques : $x = t$, $y = t^2$, $z = t$, sachant

تمرين 3.6

تنتقل جسيمة مادية كتلتها m تحت تأثير القوة:

$$\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{u}_x + xz\vec{u}_y + xy\vec{u}_z$$

من النقطة $A(1, 2, -1)$ إلى النقطة $D(2, 4, -2)$.

أحسب عمل القوة \vec{F} وفق كل مسلك من المسالك التالية:
ا/ المستقيم AD ,

ب/ الخط المنكسر $ABCD$ حيث $B(2, 2, -1)$ و $C(2, 4, -1)$

ج/ المنحنى المعرف بالمعادلات الوسيطة:

$$x = t, \quad y = t^2, \quad z = t$$

que la particule quitte le point A à l'instant $t_A = 0$ et atteint le point D à l'instant $t_D = 2s$.

علما أن النقطة المادية انطلقت من A في اللحظة $t_A = 0$ و تصل إلى النقطة D في اللحظة $t_D = 2s$.

Exercice 6.4

Une particule de masse m se déplace sous l'action d'une force attractive $\vec{F} = -\frac{k}{r^2} \vec{u}$. La trajectoire est un cercle de rayon r . Montrer que :

a/ l'énergie totale est $E = -\frac{k}{2}$,

b/ la vitesse est $v = \sqrt{\frac{k}{m}}$,

c/ le moment cinétique est $L = \sqrt{mkr}$.

تمرين 4.6

تنتقل جسيمة كتلتها m تحت تأثير قوة جذب $\vec{F} = -\frac{k}{r^2} \vec{u}$. المسار هو دائرة نصف قطرها r . برهن أن:

ا/ الطاقة الكلية هي $E = -\frac{k}{2}$,

ب/ السرعة هي $v = \sqrt{\frac{k}{m}}$,

ج/ العزم الحركي هو $L = \sqrt{mkr}$.

Exercice 6.5

Une particule se déplace depuis l'origine O jusqu'au point A défini par $\vec{r} = -3\vec{u}_x + 4\vec{u}_y + 16\vec{u}_z$ sous l'action de la force $\vec{F} = -7\vec{u}_x + 6\vec{u}_y$. Calculer :

a/ le travail effectué. Est-il nécessaire de spécifier le chemin suivi par la particule ? justifier.

b/ la puissance moyenne s'il faut $0,6s$ pour aller d'un endroit à un autre.

c/ la variation de l'énergie cinétique sachant que la masse de la particule est $1kg$.

e/ la vitesse finale si on considère la vitesse initiale nulle.

f/ la différence d'énergie potentielle entre les deux points. Que remarquez-vous ? Déterminer l'énergie potentielle au point B défini par $\vec{r}' = 7\vec{u}_x + 16\vec{u}_y - 42\vec{u}_z$.

تمرين 5.6

تتحرك جسيمة انطلاقا من المبدأ O حتى النقطة A المعرفة بـ $\vec{r} = -3\vec{u}_x + 4\vec{u}_y + 16\vec{u}_z$ تحت تأثير القوة $\vec{F} = -7\vec{u}_x + 6\vec{u}_y$. أحسب:

ا/ العمل المنجز. هل من اللازم توضيح المسلك المتبع؟ علل.

ب/ الإستطاعة المتوسطة إذا كان الانتقال من مكان إلى آخر يتطلب $0,6s$.

ج/ التغير في الطاقة الحركية علما أن كتلة الجسيمة هي $1kg$.

د/ السرعة النهائية إذا اعتبرنا السرعة الابتدائية معدومة.

ه/ التغير في الطاقة الكامنة بين النقطتين. ماذا تلاحظ؟ حدد الطاقة الكامنة في النقطة B المعرفة بـ $\vec{r}' = 7\vec{u}_x + 16\vec{u}_y - 42\vec{u}_z$.

Exercice 6.6

Une grenade lancée horizontalement avec la vitesse $v = 8ms^{-1}$, explose en trois fragments à masse égale.

Le premier fragment continue à se déplacer horizontalement à $v = 16ms^{-1}$, un autre est lancé vers le haut suivant un angle de 45° et le troisième est projeté suivant le même angle vers le bas.

Trouver la grandeur des vitesses des fragments deux et trois.

تمرين 6.6

ترمى قنبلة يدوية أفقيا بسرعة $v = 8ms^{-1}$ ، فتفتجر منشطرة إلى ثلاث شظايا متساوية الكتلة.

القطعة الأولى تواصل الانتقال أفقيا

بسرعة $v = 16ms^{-1}$ ، القطعة الثانية تصعد إلى الأعلى

تحت زاوية تصنع 45° مع الأفق، و القطعة الثالثة تنطايير تحت نفس الزاوية و لكن نحو الأسفل.

أحسب شدة كل من سرعتي الشظيتين الثانية و الثالثة.

Exercice 6.7

Une masse $M = 100g$ est attachée à l'extrémité d'un ressort disposé horizontalement, comme indiqué sur la figure ci-dessous, et dont la constante de raideur est $k = 20Nm^{-1}$. Une masse $m = 50g$ se déplaçant à la vitesse $v_0 = 0.5ms^{-1}$ vient heurter la masse M initialement au repos. On suppose le système isolé.

1/ Calculer la vitesse v et le déplacement maximal x_0 de la masse M après le choc, en considérant le choc comme étant élastique, et en supposant que les vitesses de M et m sont parallèles après le choc.

2/ Calculer la vitesse v' du système $(M + m)$ et la compression maximale subie par le ressort dans le cas du choc mou.

3/ Calculer le travail dépensé pour la compression maximale du ressort toujours dans le cas du choc mou.

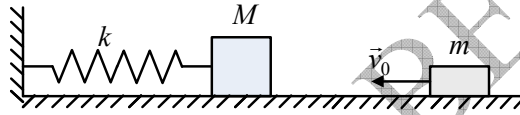
تمرين 7.6

تثبت كتلة $M = 100g$ في نهاية نابض ، ثابت مرونته $k = 20Nm^{-1}$ ، موضوع أفقيا (الشكل المرافق). تأتي كتلة $m = 50g$ بسرعة ثابتة $v_0 = 0.5ms^{-1}$ لتتصادم بالكتلة M المتوقفة. نفترض الجملة معزولة.

1/ أحسب السرعة v و الانتقال الأعظمي x_0 للكتلة M بعد الصدم في حالة التصادم المرن بافتراض سرعتي M و m متوازيتين بعد الصدم.

2/ أحسب السرعة v' للجملة $(M + m)$ و الانضغاط الأعظمي x_0' للنابض في حالة التصادم اللين.

3/ أحسب العمل المصروف للانضغاط الأعظمي للنابض في حالة التصادم اللين.

**Exercice 6.8**

Un corps M de masse m est soumis à un champ de forces à symétrie sphérique, et d' énergie potentielle de la forme : $E_p(M) = Kr^2 e^{-r^2/a^2}$, où K et a sont des constantes positives et $r = OM$ la distance entre le corps M et l'origine O d'un repère inertiel.

1/ Représenter graphiquement $E_p(r)$ en fonction de r , sachant que la dérivée seconde de l'énergie est positive pour $r = 0$, négative pour $r = a$ et tend vers zéro en valeurs positives quand $r \rightarrow \infty$.

2/Trouver l'expression de la valeur maximale de l'énergie E_p .

3/ Trouver les positions d'équilibre sur l'axe $X'OX$ où X est l'abscisse du corps: $-\infty < X < +\infty$.

4/ Quelles sont les positions d'équilibre stable ? justifier votre réponse.

5/ Trouver l'expression de la force $\vec{F}(M)$.

تمرين 8.6

يخضع جسم M كتلته m لحقل قوى له تناظر كروي و طاقته الكامنة من الشكل: $E_p(M) = Kr^2 e^{-r^2/a^2}$ حيث K و a ثابتان موجبان و $r = OM$ بعد الجسم M عن المبدأ O لمعلم عطالي.

1/ أرسم المنحنى $E_p(r)$ بدلالة r ، علما أن المشتقة الثانية للطاقة موجبة عند $r = 0$ ، سالبة عند $r = a$ و تؤول نحو الصفر بقيم موجبة من أجل $r \rightarrow \infty$.

2/ جد عبارة القيمة العظمى للطاقة E_p .

3/ جد مواضع التوازن على المحور $X'OX$ حيث X فاصلة الجسم: $-\infty < X < +\infty$.

4/ ما هي مواضع التوازن المستقر؟ علل إجابتك.

5/ جد عبارة القوة $\vec{F}(M)$.

Exercice 6.9

Une particule de masse m est lâchée en A sans vitesse initiale. (Figure ci-dessous). On cherche à savoir quelle doit être la hauteur H pour que la particule atteigne le point S sommet de la gouttière.

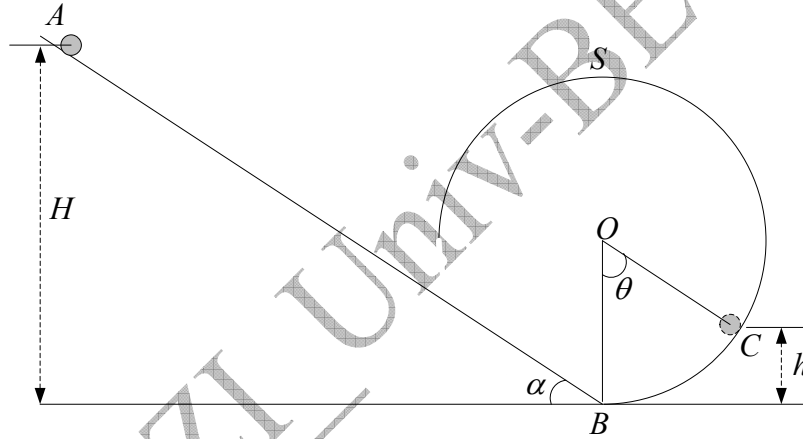
1/ Appliquer le théorème de l'énergie mécanique pour calculer la vitesse v_B au point B .

تمرين 9.6

تترك جسيمة كتلتها m من A بدون سرعة ابتدائية. (الشكل في الأسفل). نبحث لنعرف ما هو الارتفاع H اللازم لكي تبلغ الجسيمة النقطة S قمة المجرى.

1/ طبق نظرية الطاقة الميكانيكية لحساب السرعة v_B في النقطة B .

| | |
|--|---|
| <p>2/ Exprimer h en fonction de θ et θ.</p> <p>3/ Appliquer le théorème de l'énergie mécanique pour calculer la vitesse v_C au point C en fonction de h et v_B.</p> <p>4/ En appliquant le théorème fondamental de la dynamique, déduire la valeur de la réaction R en fonction de m, r, θ, v_B et g.</p> <p>5/ Démontrer que la vitesse minimale que doit acquérir la particule au point B pour atteindre le point S est $v_{B,\min} = 2\sqrt{gr}$.</p> <p>6/ En prenant $v_{B,\min}$ la vitesse au point B, calculer la réaction aux points B et S. Que conclure ? En quel point la réaction s'annule-t-elle ?</p> <p>7/ Quelle est la vitesse $v_{0,B}$ que doit avoir la particule au point B pour atteindre le point S sans que la réaction ne change de signe ? Quelle est la valeur de H correspondante ?</p> | <p>2/ عبر عن h بدلالة θ و θ.</p> <p>3/ طبق نظرية الطاقة الميكانيكية لحساب السرعة v_C في النقطة C بدلالة h و v_B.</p> <p>4/ بتطبيق النظرية الأساسية للحريك، إستنتج قيمة رد الفعل R بدلالة m, r, θ, v_B, g.</p> <p>5/ برهن أن السرعة الأصغرية التي يجب على الجسيمة اكتسابها في النقطة B لتبلغ النقطة S هي $v_{B,\min} = 2\sqrt{gr}$.</p> <p>6/ باتخاذ $v_{B,\min}$ السرعة في النقطة B، أحسب رد الفعل في النقطتين B و S. ماذا تستخلص؟ في أي نقطة يعدم رد الفعل؟</p> <p>7/ ما هي السرعة $v_{0,B}$ التي يجب أن تتوفر عليها الجسيمة في النقطة B لكي تصل إلى النقطة S دون أن يغير رد الفعل اتجاه ؟ ما هي قيمة H المناسبة؟</p> |
|--|---|

**Exercice 6.10**

Trois billes de masses m_1, m_2, m_3 reposent dans une gouttière horizontale parfaitement lisse. La bille m_1 est poussée avec une vitesse initiale dans la direction de la bille m_2 qui à son tour, et après le choc avec m_1 , roule dans la direction de m_3 et l'heurte. En considérant les premier et deuxième chocs parfaitement élastiques, quelle doit être la vitesse que doit prendre la bille m_2 pour que la vitesse de la bille m_3 soit maximale ?

تمرين 10.6

توضع ثلاث كرات كتلتها m_1, m_2, m_3 في مجرى أفقي كامل الملوسة. تدفع الكرة m_1 بسرعة ابتدائية في اتجاه الكرة m_2 و التي بدورها، و بعد الصدم مع m_1 ، تتدحرج في اتجاه m_3 و تصدمها. باعتبار الصدمتين الأولى و الثانية مطلقتي المرونة، فما هي القيمة التي يجب أن تأخذها الكرة m_2 حتى تكون سرعة الكرة m_3 بعد الصدم أعظمية.

Exercice 6.11

Le corps de la figure ci-dessous a une masse $m = 5\text{ kg}$. Partant du repos, il glisse sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontale, jusqu'à ce qu'il atteigne le ressort R de

تمرين 11.6

الجسم المبين على الشكل أسفله كتلة هي $m = 5\text{ kg}$ و ينطلق من السكون لينزل على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 60^\circ$ بالنسبة للأفق، حتى يبلغ النابض الذي طوله $l_0 = 40\text{ cm}$ ثابت مرونته $k = 5000\text{ N.m}^{-1}$

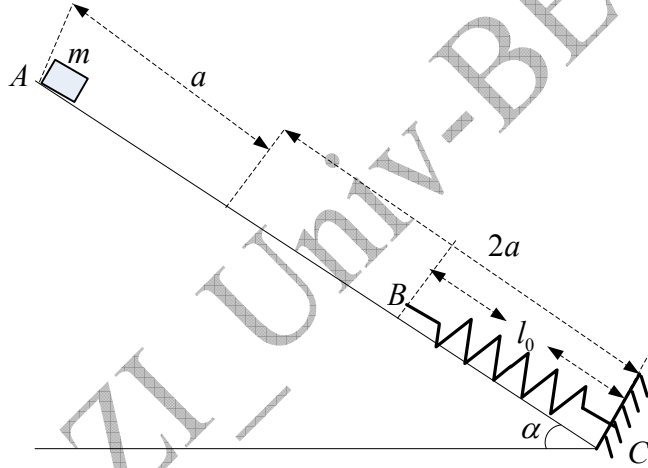
longueur à vide $l_0 = 40\text{cm}$, de constante de raideur $k = 5000\text{N.m}^{-1}$, et dont l'autre extrémité C est fixée au bout du plan. On suppose qu'une force de frottement s'oppose au mouvement du corps sur le segment $AB = a$, le coefficient de frottement cinétique étant $\mu = 0,2$, puis elle s'annule sur le reste du trajet $BC = 2a$.

- 1/ Calculer la force de frottement sur le segment AB .
 - 2/ Calculer la vitesse acquise par le corps au point B , puis la vitesse v avec laquelle le corps heurte le ressort.
 - 3/ De combien le ressort se déforme-t-il ?
 - 4/ De combien le corps remonte-t-il sur le plan incliné lorsqu'il est repoussé par le ressort vers le haut à partir du point où a eu lieu le premier choc, en supposant que la remontée se fait sans frottement ?
- On prend $g = 9,8\text{ms}^{-2}$.

وحيث طرفه الآخر مثبت في نهاية المستوى. نفترض قوة احتكاك تعاكس حركة الجسم على القطعة المستقيمة $AB = a$, معامل الاحتكاك الحركي يساوي $\mu = 0,2$, ثم تتعدى على باقي المسلك $BC = 2a$.

- 1/ أحسب قوة الاحتكاك على القطعة المستقيمة AB .
- 2/ أحسب السرعة المكتسبة من طرف الجسم في النقطة B , ثم السرعة v التي يصدم بها الجسم النابض.
- 3/ ما هو مقدار انضغاط النابض؟
- 4/ بكم يصعد الجسم على المستوى المائل حينما يدفعه النابض من جديد إلى الأعلى ابتداء من نقطة الاصطدام الأول، بافتراض أن الصعود يتم بدون احتكاكات؟

نأخذ $g = 9,8\text{ms}^{-2}$.



Exercice 6.12

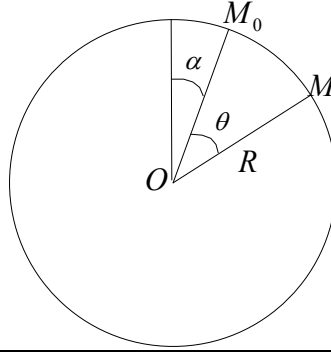
On abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$ un point matériel de masse m en un point M_0 de la face convexe d'une sphère de centre O et de rayon R , sur laquelle il est susceptible de glisser sans frottement. (Figure ci-dessous).

- 1/ En n'appliquant que le théorème de la conservation de l'énergie trouver la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de R, g, α et θ .
- 2/ En appliquant le principe fondamentale de la dynamique trouver la réaction du support en fonction de θ, α, m et g .
- 3/ Pour quel angle θ_0 le point matériel quitte-t-il la sphère ? Discuter le résultat.

تمرين 12.6

نترك نقطة مادية كتلتها m بدون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ من النقطة M_0 لتتزلق بدون احتكاكات على الوجه المحدوب لكرة مركزها O و نصف قطرها R . (الشكل في الأسفل).

- 1/ بتطبيق نظرية انحفاظ الطاقة فقط أوجد سرعة الزاوية $\dot{\theta}$ بدلالة R, g, α و θ .
- 2/ بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك أوجد رد فعل الحامل بدلالة θ, α, m و g .
- 3/ من أجل أي زاوية θ_0 تغادر النقطة المادية الكرة؟ ناقش النتيجة.

**Exercice 6.13**

Un corps de masse m se déplace sur l'axe $x'Ox$. Son énergie potentielle est donnée par l'expression $E_p = K \frac{x}{x^2 + a^2}$, où K et a sont des constantes positives.

1/ Représenter l'allure générale de la courbe $E_p = f(x)$.

2/ Trouver les positions d'équilibre en précisant celles qui sont stables et celle qui sont instables.

تمرين 13.6

يتحرك جسم كتلته m على المحور $x'Ox$. طاقته الكامنة معطاة بالعلاقة: $E_p = K \frac{x}{x^2 + a^2}$, حيث K و a ثابتان موجبان.

1/ أرسم الشكل العام للمنحنى $E_p = f(x)$.
2/ أوجد مواضع التوازن موضعا المستقرة منها و الغير مستقرة.

Exercice 6.14

Soit un référentiel \mathbb{R} de repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Une bille assimilée à un point P , de masse m , est astreinte à se déplacer sans frottements le long d'un demi-cercle de rayon a . (Figure ci-dessous).

Le point P est attaché à un fil élastique dont l'autre extrémité est fixée en O' ($OO' = a$). Le fil possède une raideur k et une longueur à vide l_0 . Le point P est repéré par l'angle $(Ox, OP) = \theta$.

1. a/ Exprimer le vecteur $\vec{O'P}$ en fonction de a, θ dans la base polaire $(\vec{u}_r = \frac{OP}{a}, \vec{u}_\theta)$. En déduire l'expression du module $O'P$.

b/ Exprimer la tension \vec{T} du fil en fonction de a, k, l_0 et θ dans cette même base.

2. a/ Déterminer l'expression du vecteur vitesse \vec{v} dans la base polaire.

b/ On note \vec{F} la résultante des forces exercées sur la bille P . Donner l'expression de la puissance $\vec{F} \cdot \vec{v}$ en fonction de a et θ .

(c) En déduire l'énergie potentielle E_p dont dérive la force \vec{F} .

3. (a) On suppose vérifiées les relations suivantes entre les paramètres :

$$a = \frac{2mg}{k}, \quad l_0 = \sqrt{3} \left(a - \frac{mg}{k} \right)$$

تمرين 14.6

ليكن مرجع \mathbb{R} ذي المعلم $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

كرية مستتملة لنقطية P , كتلتها m , مضطرة للانتقال بدون احتكاك على طول نصف دائرة نصف قطرها a . (الشكل في الأسفل).

النقطة P مربوطة إلى خيط مطاطي حيث يثبت الطرف الآخر في O' ($OO' = a$). للخيط ثابت مرونة k و طول و هو فارغ l_0 . تحدد النقطة P بالزاوية $(Ox, OP) = \theta$.

1. ا/ عبر عن الشعاع $\vec{O'P}$ بدلالة a, θ في القاعدة

القطبية $(\vec{u}_r = \frac{OP}{a}, \vec{u}_\theta)$. إستنتج عبارة الشدة $O'P$.

ب/ عبر عن التوتر \vec{T} للخيط بدلالة a, k, l_0 و θ في نفس القاعدة.

2. ا/ حدد عبارة شعاع السرعة \vec{v} في القاعدة القطبية.

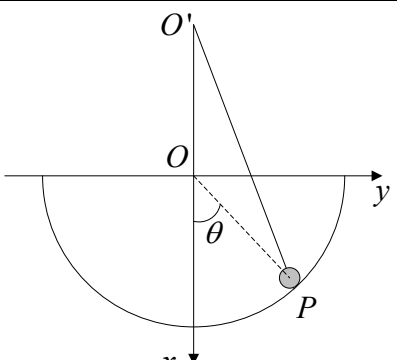
ب/ نرمز بـ \vec{F} لمحصلة القوى المطبقة على الكرية P . إعط عبارة الاستطاعة $\vec{F} \cdot \vec{v}$ بدلالة a و θ .

ج/ إستنتج الطاقة الكامنة E_p التي تشتق منها \vec{F} .

3. ا/ نفترض العلاقات التالية بين الثوابت محققة:

$$a = \frac{2mg}{k}, \quad l_0 = \sqrt{3} \left(a - \frac{mg}{k} \right)$$

ما هما موضعى التوازن θ_1 و θ_2 من أجل

| | |
|---|--|
| <p>Quelles sont les positions d'équilibre θ_1 et θ_2 pour $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$?</p> <p>(b) Étudier la stabilité des équilibres obtenus.</p> | <p>ب/ أدرس استقرار التوازنين المحصل عليهما.</p> <p>؟ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$</p> |
|  | |

Exercice 6.15

Deux pendules simples de même longueur l , sont suspendus au même point O . Les billes B_1 et B_2 qui les constituent possèdent les masses m_1 et m_2 , et seront supposées ponctuelles. Au départ, B_1 et B_2 sont en équilibre. On écarte B_1 d'un angle α_0 , puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

1/ Déterminer les vitesses v_1 et v_2 de B_1 et B_2 après le choc, en fonction de α, l, g et du rapport des masses $x = m_1 / m_2$; ainsi que les angles d'écart maximum α_1 et α_2 de B_1 et B_2 après le choc, en fonction de α et x dans les deux cas :

a/ en supposant la collision parfaitement élastique (que se passe-t-il pour $x > 1$; $x = 1$; $x < 1$?) ;

b/ si on enduit B_1 et B_2 de glu, de manière à rester collées après la collision (choc mou).

2/ Application numérique : $\alpha_0 = 60^\circ$.

a/ On se place dans le cas 1/a/ :

pour quelle valeur de x les pendules remontent-ils en sens contraires, du même angle que l'on déterminera ?

b/ Pour $x = 2$, déterminer les angles d'écart dans les cas 1/a/ et 1/b/.

تمرين 15.6

يعلق في نفس النقطة O نواسان بسيطان لهما نفس الطول l . الكريتان B_1 و B_2 اللتان تشكلهما لهما كتلتين m_1 و m_2 ، و نفترضهما نقطيتين. في البداية m_1 و m_2 في توازن. نزيح B_1 بزاوية α_0 ، ثم نتركها بدون سرعة ابتدائية.

1/ حدد السرعتين v_1 و v_2 لـ m_1 و m_2 بعد الصدم، بدلالة g, l, α و نسبة الكتلتين $x = m_1 / m_2$ ؛ و كذا زاويتي الانحراف الأعظمي α_1 و α_2 لـ m_1 و m_2 بعد الصدم، بدلالة α و x في الحالتين:

ا/ بافتراض الاصطدام كامل المرونة، (ما الذي يحدث من أجل $x > 1$ ؛ $x = 1$ ؛ $x < 1$ ؟)

ب/ لو طلينا m_1 و m_2 و بغراء بحيث تبقيا ملتصقتين بعد الصدم (الصدم اللين).

2/ تطبيق عددي: $\alpha_0 = 60^\circ$.

ا/ نتخذ الحالة 1/1/ :

من أجل أي قيمة لـ x يصعد النواسان في اتجاهين متعاكسين، بنفس الزاوية الواجب تعيينها؟

ب/ من أجل $x = 2$ ، حدد زاويتي الانحراف في الحالتين 1/1/ و 1/ب/.